*Methodus infallibilis resolvendi summas excessus & defectus peripheriarum falsarum in excessus & defectus quæsitos, ut inde peripheria vera determinari possit.*

1. PEripheria *excessiva* est, quæ constat ex vera & excessu supra veram; *defectiva* autem est ea, quæ deficit aliqua parte à vera: ergo ablato excessu ex peripheria excessiva; vel addito valore defectus ad defectivam, prodit utroque modo peripheria vera.

2, Contrà ablata peripheria vera ex excessiva, relinquitur excessus, & dempta peripheria defectiva ex vera, remanet defectus: ergo ablata peripheria defectiva ex excessiva, relinquitur Summa excessus & defectus; ex quo palam est, cardinem rei hic verti in determinandis excessibus & defectibus legitimis: sit itaque.

3. PROBLEMA I. *Per rationes excessivas quascunque, non majores tamen quam* 1 : $3\frac{1}{4}$. *& defectivam communem* 1 : 3. *determinare excessum & defectum peripheriarum falsarum diametri* 8.

RESOLUTIO. 1. Peripheria defectiva auferatur ex excessiva, ut innotescat summa excessus & defectus (§ 2.) 2. Ex numeratore hujus summæ dematur denominator peripheriæ excessivæ, & prodibit excessus quæsitus. 3. Excessus inventus subtrahatur ex dicta summa, & habebitur defectus; sed majoribus numeris expressus, qui reductus per denominatorem peripheriæ excessivæ ad terminos minimos, manifestabit defectum quæsitum.

E. gr. Per rationem excessivam 100 : 324. & defectivam 1 : 3 emergunt diametri 8 peripheriæ falsæ $\frac{2592}{100}$ & $\frac{24}{1} = \frac{2400}{100}$, quæ ex se demptæ, manifestant summam excessus & defectus $\frac{192}{100}$, ex cujus numeratore denominator 100 peripheriæ excessivæ ablatus, prodit excessum quæsitum $\frac{92}{100}$, quo subtracto ex summa, innotescit defectus $\frac{100}{100}$ majoribus numeris expressus, quo reducto per denominatorem 100 peripheriæ excessivæ ad terminos minimos, innotescit defectus quæsitus $\frac{1}{1}$.

DEMONSTRATIO. Ablata peripheria defectiva $\frac{24}{1} = \frac{2400}{100}$ ex excessiva $\frac{2592}{100}$, prodit per §. 2. Summa excessus & defectus $\frac{192}{100}$, ex cujus numeratore denominator 100 peripheriæ excessivæ ablatus relinquit $\frac{92}{100}$: ergo hæc summa est $= \frac{100}{100} + \frac{92}{100}$. Jam cum ad auferendam peripheriam defectivam $\frac{24}{1}$ ex excessiva $\frac{2592}{100}$, necesse fuerit priorem reducere ad denominatorem posterioris, h. e. tam numeratorem 24, quam denominatorem ejus 1 multiplicare per 100; evidens est, etiam terminos defectus prioris centies fuisse multiplicatos in posteriore: consequenter hujus defectum non posse esse alium, nisi $\frac{100}{100}$, etsi summa in permultas alias partes resolvi queat. Ablato itaque hoc defectu ex summa $\frac{192}{100}$, necessario relinqui debet excessus quæsitus $\frac{92}{100}$, siquidem ea est conflata ex utroque. Et quoniam ex demonstratis patet, terminos defectus peripheriæ $\frac{24}{1}$ centies minores esse debere, quam $\frac{100}{100}$, h. e.



redu-

reducibiles per denominatorem 100 peripheriæ excessivæ; nequit defectus quæsitus esse alius nisi $\frac{1}{1}$. Ergo peripheria vera diametri 8 est $\frac{24}{1} + \frac{1}{1} = \frac{25}{1} = 25$, vel $\frac{2592}{100} - \frac{92}{100} = \frac{2500}{100} = 25$, (§1) ad quam igitur diameter est, ut $8 : 25 = 1 : 3\frac{1}{8}$. Quoniam igitur, assumtis innumeris rationibus excessivis 4 : 13; 5 : 16; 6 : 19; 113 : 355; 71 : 223 & defectiva communi 1 : 3, peripheria diametri 8 per hocce problema semper prodit = 25; manifestum est, illud bene esse resolutum & demonstratum.

4. PROBLEMA II. *Per rationem excessivam quamcunque, non majorem tamen, quam* $1 : 3\frac{1}{4}$ *& defectivam paulo majorem, quam 1 : 3, ut 9 : 28, 10 : 31, 11 : 34, 12 : 37 &c: determinare excessum & defectum peripheriarum falsarum diametri 8*

RESOLUTIO. Quoniam numerator summæ excessus & defectus constare potest vel ex denominatoribus simplis; vel multiplis peripheriarum falsarum; vel ex denominatore simplo unius & multiplo alterius; subducatur denominator major ex numeratore summæ tamdiu, donec residuum sit exacte divisibile per denominatorem minorem; deinde tam simplo, vel multiplo denominatoris majoris invento, quam residuo divisibili per minorem, subscribatur denominator summæ; quo facto prodeunt 2 partes, quæ reductæ per denominatores peripheriarum falsarum, sistunt excessum & defectum quæsitum.

E. gr. Peripheria exces: diametri 8. per rationem 6 : 19 inventa, est $\frac{152}{6}$, & defectiva per rationem 10 : 31 reperta, est $\frac{248}{10}$, quæ reductæ ad denominatorem communem 60, sunt $\frac{1520}{60}$ & $\frac{1488}{60}$, quarum posterior ablata ex priore sistit summam excessus & defectus $\frac{32}{60}$, ex cujus numeratore 32 denominator major 10 bis ablatus, relinquit residuum 12 exactè divisibile per minorem 6. Ergo hæc summa est $= \frac{20}{60} + \frac{12}{60}$. Reducendo itaque $\frac{20}{60}$ per denominatorem 10 periph: defectivæ, prodit excessus $\frac{2}{6}$; reducendo autem $\frac{12}{60}$ per denominatorem 6 periph: exces: , innotescit defectus quæsitus $\frac{2}{10}$

DEMONSTRATIO Quoniam ob reductionem peripheriarum falsarum per earum denominatores 10 & 6 ad denominatorem communem 60, termini excessus peripheriæ $\frac{152}{6}$ decies, & termini defectus peripheriæ $\frac{248}{10}$ sexies in summa $\frac{32}{60}$ existunt majores, ac erant antea, necesse est, illam resolvere in partes reducibiles per 10 & 6; sed ex omnibus partibus, in quas summa $\frac{32}{60}$ est resolubilis, nullæ aliæ possunt reduci ad terminos minores per denominatores 10 & 6 peripheriarum falsarum, nisi $\frac{20}{60}$ & $\frac{12}{60}$: ergo etiam nullæ aliæ possunt esse partes legitimæ nisi $\frac{20}{60}$ & $\frac{12}{60}$, quarum prior reducta per denominatorem 10 defectivæ ad terminos minores, manifestat excessum verum $\frac{2}{6}$ & posterior reducta per denominatorem 6 excessivæ, defectum quæsitum $\frac{2}{10}$. Ergo peripheria vera est $\frac{152}{6} - \frac{2}{6} = \frac{150}{6} = 25$; vel $\frac{248}{10} + \frac{2}{10} = \frac{250}{10} = 25$. Jam cum per omnes excessus & defectus ope hujus problematis inventos, peripheria diametri 8. semper prodeat = 25; evidens est, illud esse bene resolutum & demonstratum.